Mise en Boîte de la Complexité

1

DECISION ET COMPLEXITE :
LE CAS DE LA PLANIFICATION OPTIMALE

Laurent ALFANDARI
Professeur ESSEC
Département IDS
alfandari@essec.edu

Chaire Edgar Morin de la Complexité
ESSEC Business School, 19 mai 2014

Préambule

- Exposé à l’attention des praticiens, industriels et managers
- Première partie « Tutoriel »
- Pour plus de détails sur les méthodes et développements scientifiques des articles de recherche, m’envoyer un email

Je cours et arrive sur le quai. Le train est là, prêt à partir. Va-t-il à Pontoise, là où je vais, ou Valmondois? Pas le temps de regarder le tableau d’affichage, la sonnerie retentit.

Je monte ou pas?

Est-ce incertain ?

Est-ce complexe?

Leçon #1

- **Une décision qu’un être humain doit (ou peut) prendre en 3 secondes n’est JAMAIS complexe**

- Pourquoi? Pas le temps de « **poser »** le problème

- « Poser » le problème : alternatives, critères

- Un modèle pré-rentré dans une machine peut, lui, prendre une décision en moins d’1 seconde

Quel est le plus complexe?

- Problème 1 : 100 composantes = 100 clients
- Problème 2 : 100 composantes = 50 clients, 30 références produit, 8 usines, 12 périodes

Quel est le plus complexe? (2)

- Problème 1 : 100 composantes = 100 clients

  1 seule dimension

- Problème 2 : 100 composantes = 50 clients, 30 références produit, 8 usines, 12 périodes

  4 dimensions -> plus complexe (en général)

Leçon #2

(Edgar Morin) : La complexité d'un système est liée à son degré de **diversité**.

Dans cet exposé : diversité d'un système = multiplicité des **dimensions**

- *Application*: un problème à 10000 données n'est pas forcément complexe, c'est le fait que ces 10000 données se répartissent en de nombreuses dimensions qui peut le rendre complexe

Loterie

- Je vous propose un jeu à pile ou face:
- + 5 € si Pile
- - 2€ si Face.

Ce jeu est-il incertain?

Ce jeu est-il complexe?

Loterie (2)

- Je vous propose un jeu à pile ou face:
- + 500 000€ si Pile
- - 200 000€ si Face.

Ce jeu est-il incertain? Plus que l’autre?

Ce jeu est-il complexe? Plus que l’autre?

Leçon #3

- **L'incertitude, même grande, ne suffit pas à rendre une décision complexe**

- **Complexité ≠ Incertitude**

Loterie (3)

- Je vous propose un jeu avec 3 lancers d’une pièce:
- + 5 000€ si PPP
- +7 000€ si PPF
- - 1 000€ si PFF
- +2 000 € si PFP
- - 3 000€ si FPP
- + 4 500 € si FFP
- - 6 000 € si FPF
- + 2500€ si PFP

Ce jeu est-il complexe? Plus que l’autre?

Leçon #4 : Les 3 causes de difficulté d'une décision

- **Complexité** : multiplicité des dimensions = degré de diversité du système étudié

- **Incertitude**: impossibilité de prévoir avec certitude le résultat (dépend de l'occurrence d'états, ou scénarios)

- **Enjeux** : ordre de grandeur des montants mis en jeu (€, K€, M€ … si monétaire)

Est-ce complexe?

- Un chef d'Etat doit décider si le pays intervient militairement dans un pays étranger en conflit

- Est-ce complexe et/ou incertain?

Condition nécessaire pour **mesurer** la complexité: « poser le problème »

- « Poser un problème » : bien posé / mal posé
- bien ou mal posé, c’est déjà « posé »

Quand peut-on poser un problème? Quand on a **le temps de le poser**

-> pour cela il faut **se poser** soi-même.

-> Exemple : décisions de planification

(en amont de la décision : temps entre la planification et l’exécution)

vs Problème à traiter en temps réel, qui vous « agresse »

Théorie de la Complexité
Décision et informatique (1)

- **Complexité d'un algorithme** : nombre d'itérations au pire des cas de l'algorithme en fonction du nombre de données

  ≈ temps de résolution de la méthode

Exemple : n items, pour chaque item le choisir ou non dans le portefeuille

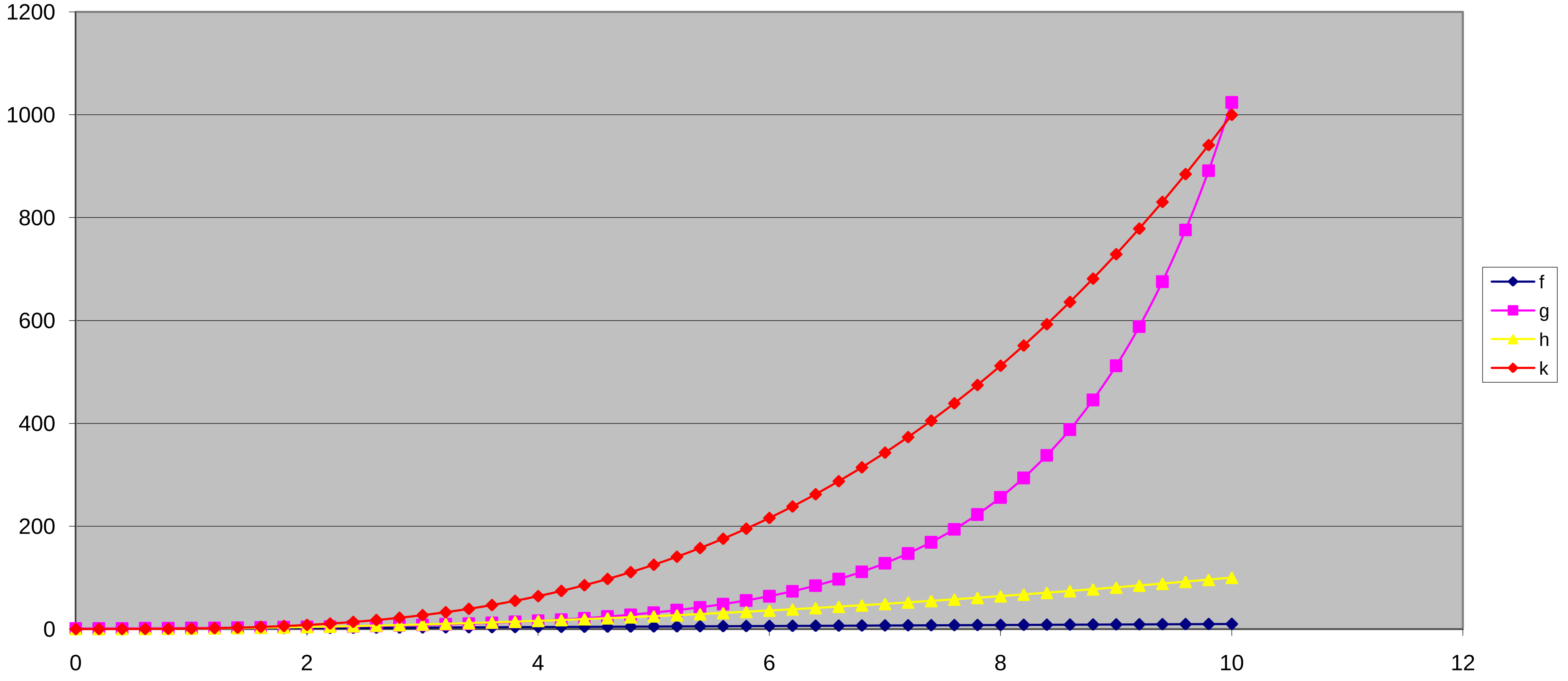
→ $O(2^n)$ si on teste toutes les possibilités

→ Peut être réduit à $O(n^2)$, $O(n^3)$… selon la structure du problème, avec une méthode intelligente (càd, non énumérative).

Théorie de la Complexité Décision et informatique (2)

Croissance comparée pour x dans [0,10]:

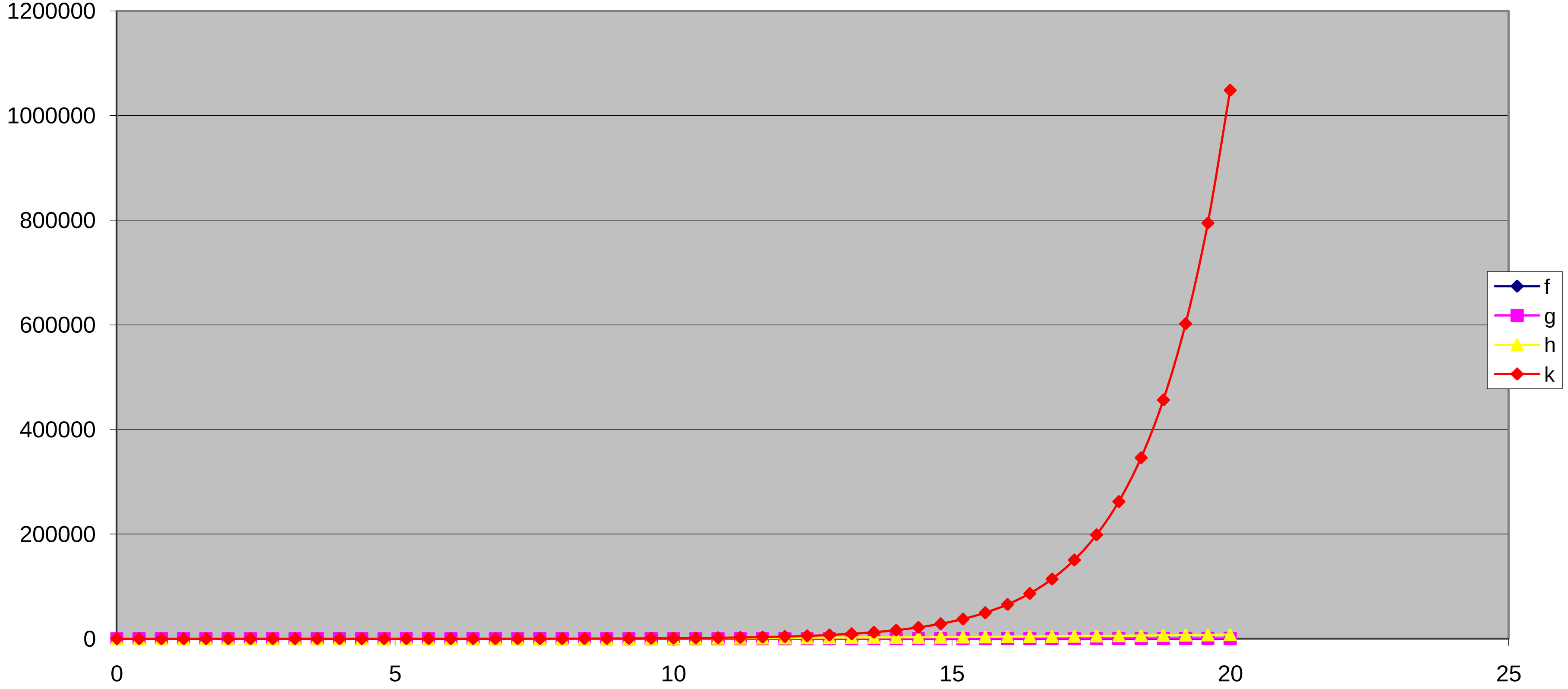
$f(x) = x$, x^2, x^3, 2^x **graphes de f, g, h et k**



Théorie de la Complexité Décision et informatique (3)

Croissance comparée pour x dans [0,20]:

$f(x) = x,\ \ x^2,\ \ x^3,\ \ 2^x$ **graphes de f, g, h et k**



Théorie de la Complexité
Décision et informatique (4)

Problème de décision : Question dont la réponse est OUI ou NON :

Exemple : existe-t-il une tournée parcourant les clients en moins de 100 km ?

Complexité d’un problème de décision :

Complexité du meilleur algorithme possible pour le résoudre

-> temps de calcul polynomial / exponentiel

-> Problèmes faciles (ex : plus court chemin)

-> Problèmes difficiles (ex : SAT, TSP…)

-> Preuve de complexité :

Un problème difficile : le TSP Traveling Salesman Problem

« Help Toody and Milton find the shortest round trip route to visit all 33 locations shown on the map »

(Procter & Gamble 1942)

Un problème difficile : le TSP Traveling Salesman Problem

Combien de tours possibles pour visiter les 33 villes?

$32\,! = 32 \times 31 \times \ldots \times 2 \times 1$

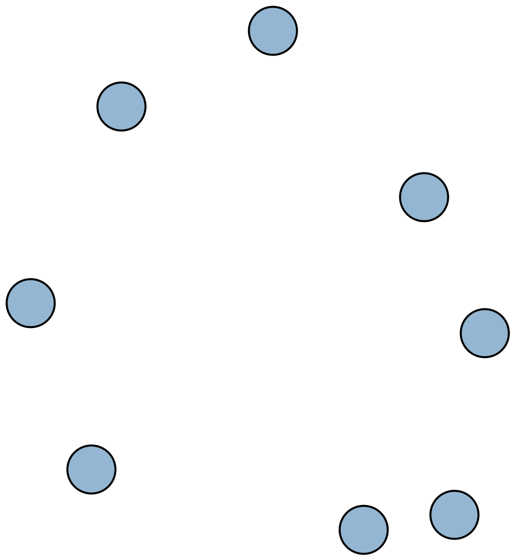
$= 2{,}6 \times 10^{35}$

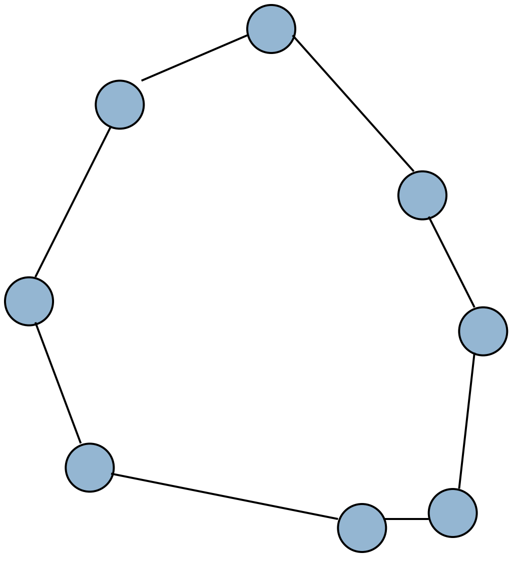
$10^{35} = 100000000000000000000000000000000000$

Interdit d'énumérer!

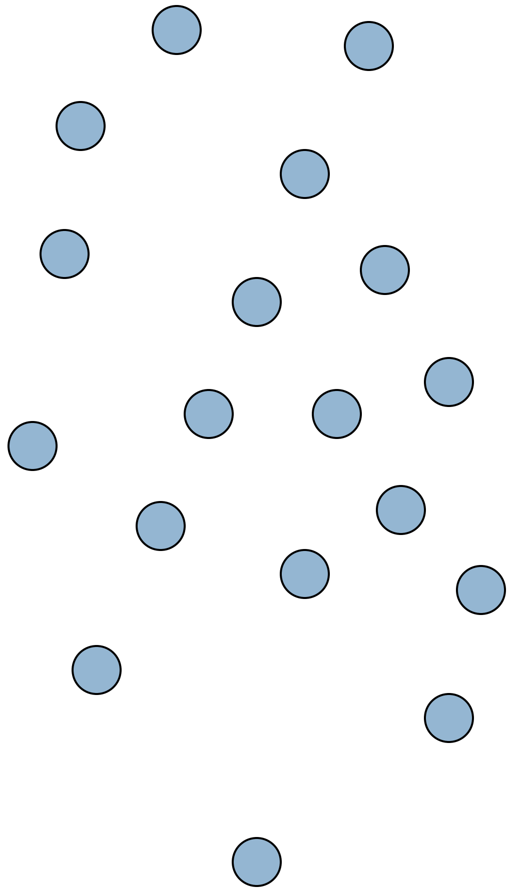
TSP

Facile !





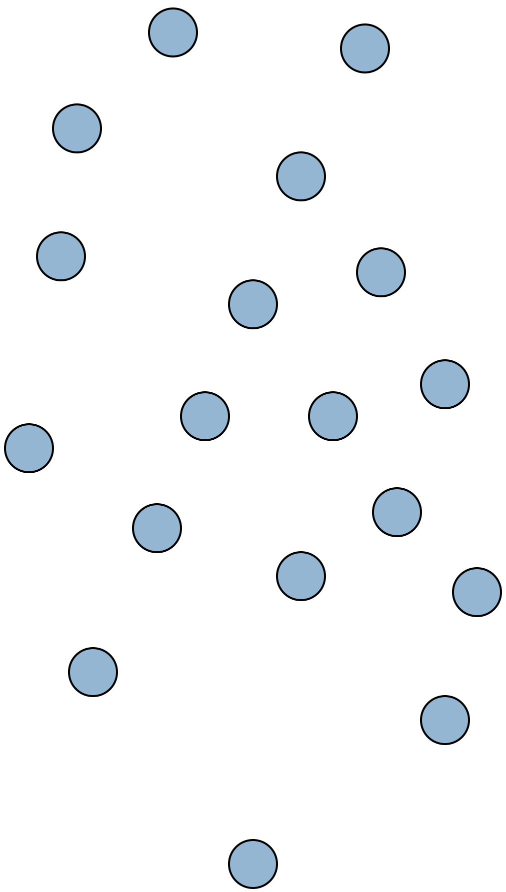
TSP

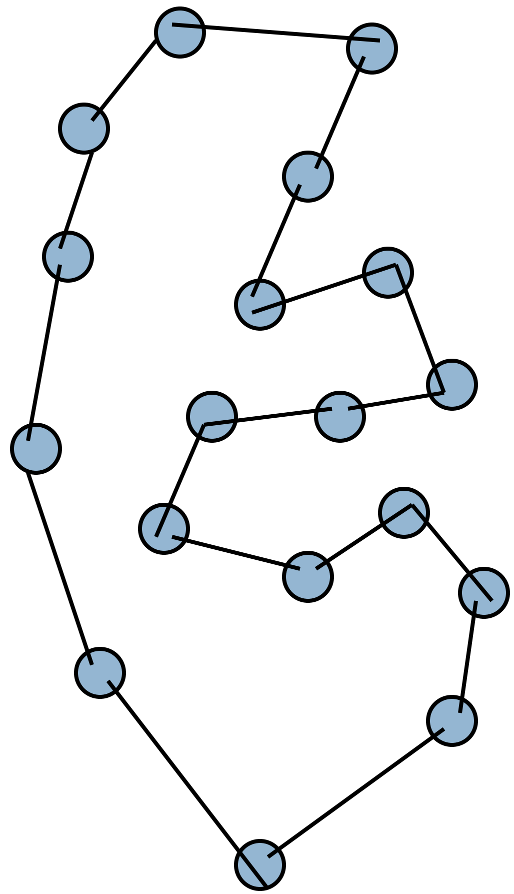


Facile ?

TSP

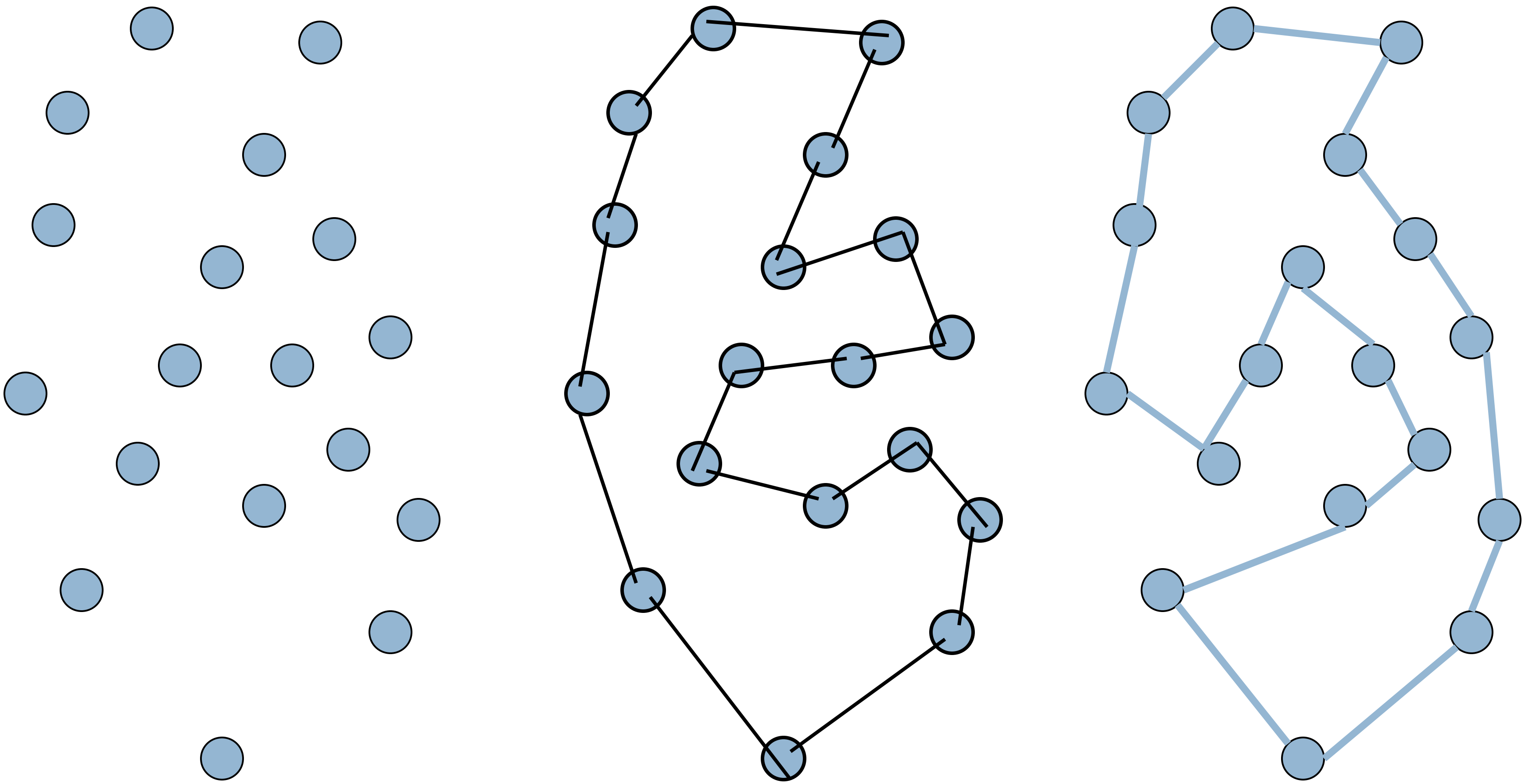
Optimal : celui-ci ?





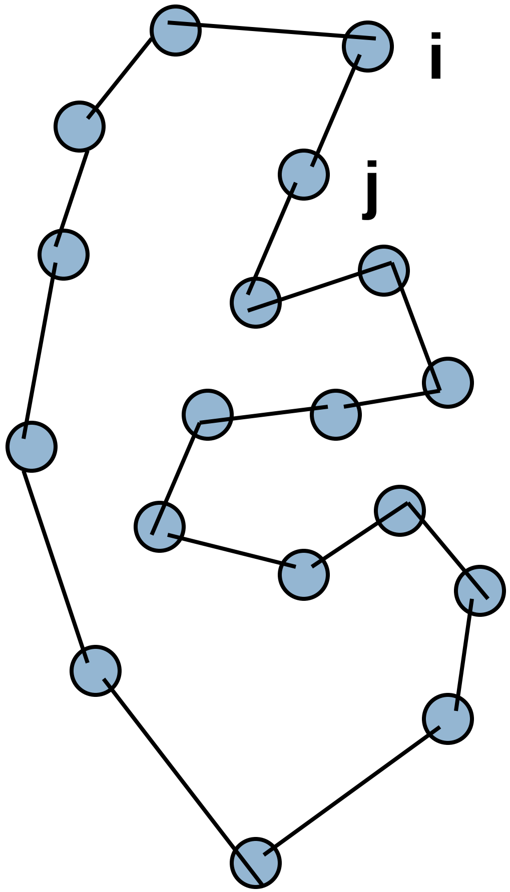
TSP

Ou celui-ci ?



-> Besoin d’un **modèle** de décision

TSP : modèle de décision de Dantzig – Fulkerson - Johnson



Indices : i,j = 1… n les villes
Données : Cij : coût / distance de i à j

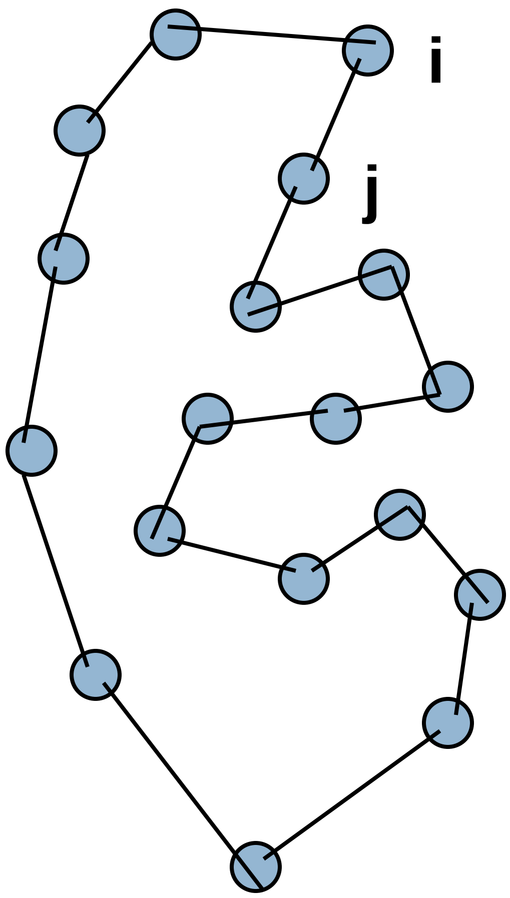
<u>Variables de décision</u> : Xij = 1 si je visite j juste après i dans le tour

Fonction Objectif : Minimiser la distance totale = Somme sur tous les couples (i,j) des Cij Xij

Sous les contraintes:

1. **Variables binaires Xij = 0 ou 1**
2. **Chaque ville est suivie d'une seule ville**
   Somme_j Xij = 1 pour toute ville i
3. **Chaque ville est précédée d'une seule ville**
   Somme_i Xij = 1 pour toute ville j
4. **Elimination des sous-tours**

TSP : du problème difficile au problème « facile »



Contraintes :

1. **Variables binaires** **Xij = 0 ou 1**
2. **Chaque ville est suivie d'une seule ville**
   Somme_j Xij = 1 pour chaque ville i
3. **Chaque ville est précédée d'une seule ville**
   Somme_i Xij = 1 pour chaque ville j

4. **Elimination des sous-tours**

Avec contraintes d'élimination de sous-tours :
TSP, problème DIFFICILE
(peut mettre 10 h de calcul pour un certain n)

Sans contraintes d'élimination de sous-tours :
Problème FACILE d'affectation
(peut être résolu en 1 s pour le même n)

-> Complexité d'un problème dépend de sa structure

Partie II

- **Problèmes complexes de planification optimale: 3 applications de recherche**

  - Planification des arrêts et productions des centrales nucléaires d'EDF
  - Affectation de locomotives aux trains (SNCF) et construction de rotations d'équipages
  - Conception de réseau de logistique urbaine (projet MODUM)

Problème de planification #1 :

Planification des arrêts et productions
des centrales nucléaires (EDF)
Challenge EURO-ROADEF 2010

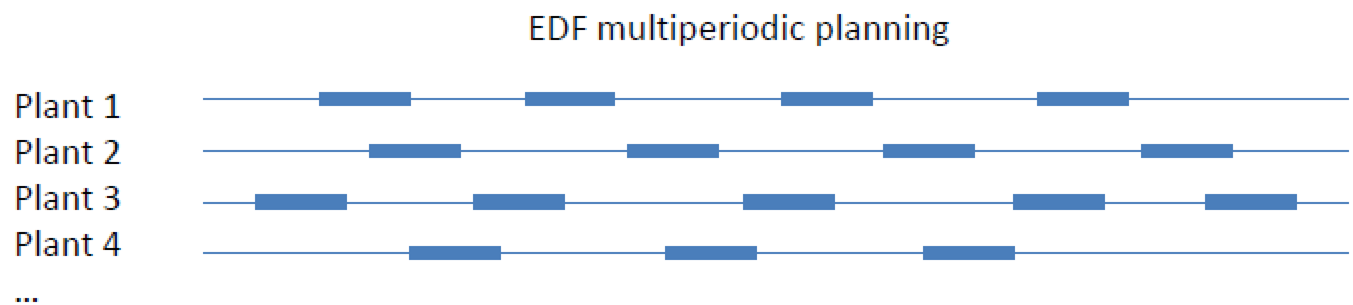
Article publié dans J. of Scheduling (2013)

Problème de planification #1 : Planification des arrêts et productions des centrales

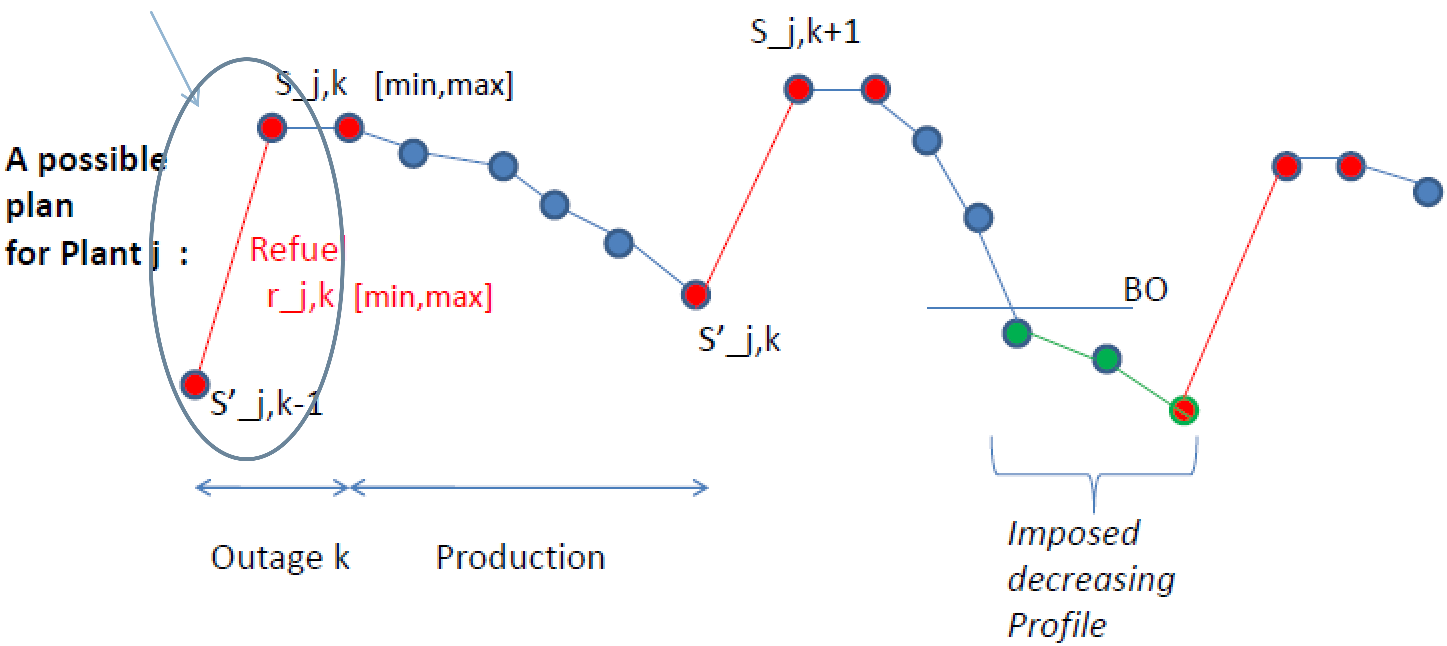
- **Dimensions**
  - i = 1… 50 les centrales
  - t = 1.. T les pas de temps (260 semaines = 5 ans)
  - s = 1…S les scénarios d'incertitude
  - k = 1…K les cycles d'Arrêt puis Production (K = 6)

- **Données**
  - Demandes d'électricité à chaque pas de temps chaque scénario
  - Capacités de production
  - Centrales liées pour les maintenances
  - Durée d'un arrêt
  - Niveau min et max de stock (+ stock BO)
  - Volume min et max de recharge
  - Coûts variables de fuel et de recharge

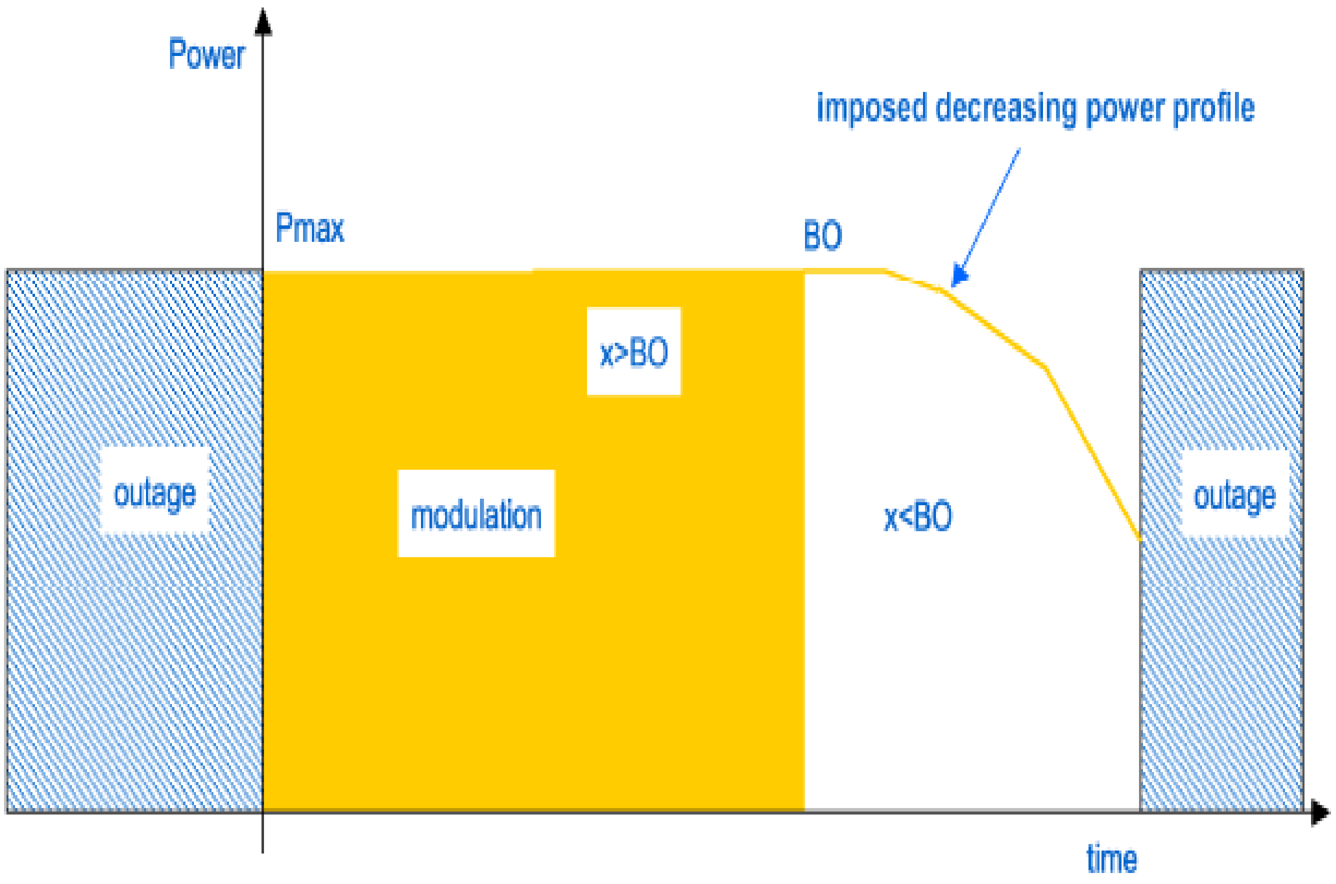
Problème de planification #1 : Planification des arrêts et productions des centrales



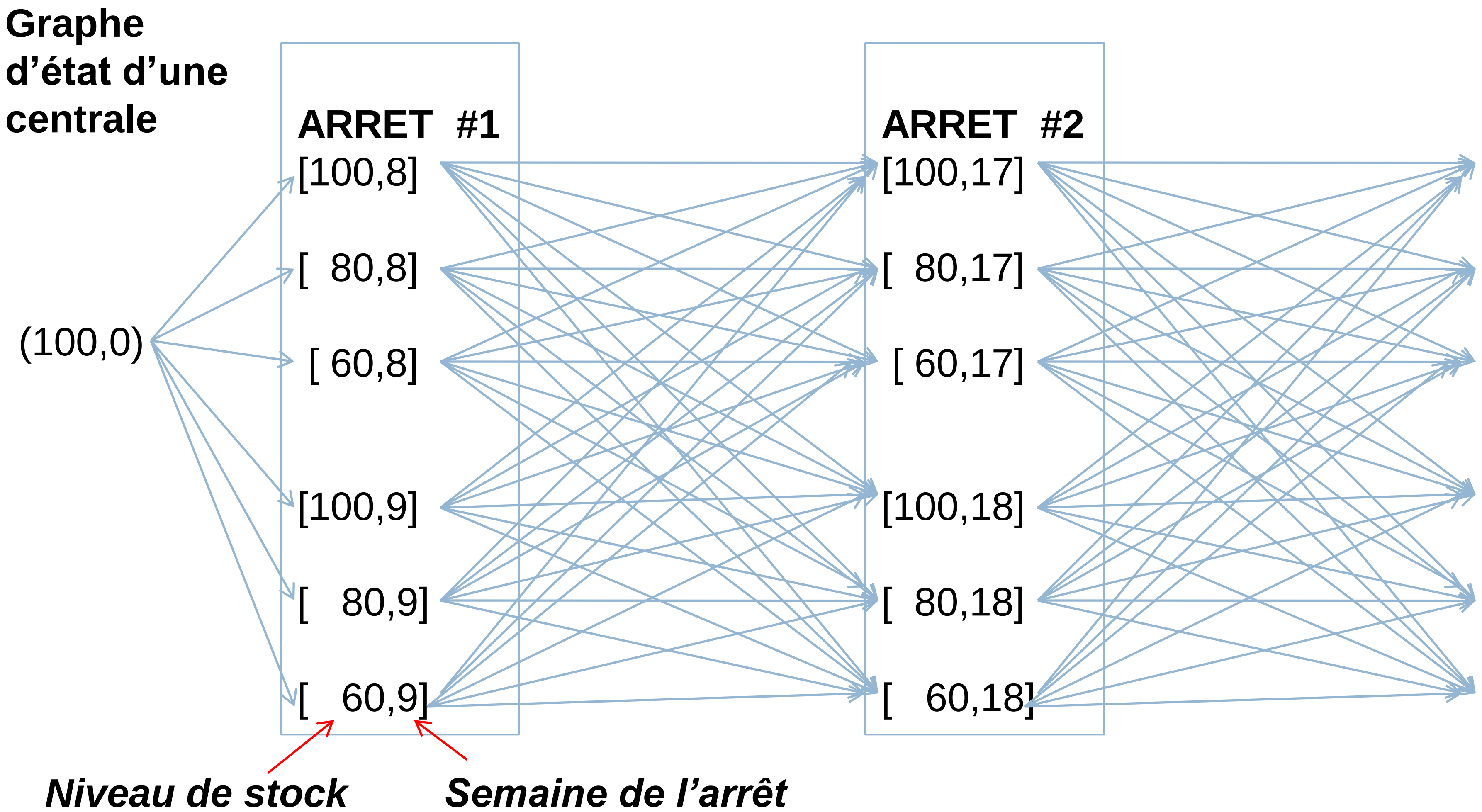
Date de l'arrêt : décision robuste quel que soit le scénario de demande



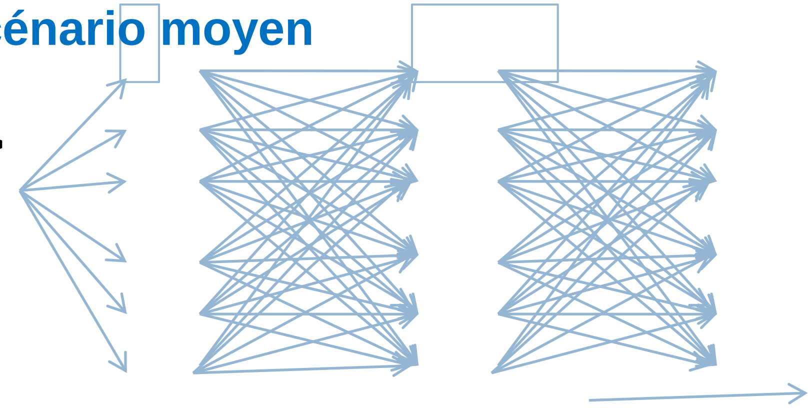
Problème de planification #1 : Planification des arrêts et productions des centrales



Problème de planification #1 : Planification des arrêts et productions des centrales



Problème de planification #1 : Planification des arrêts et productions des centrales



Pré-traitement : agréger les données sur le scénario moyen

Modèle 1 : associer une variable binaire 0-1 à chaque arc du graphe de chaque centrale -> modèle « *untractable* » (temps de calcul explose)

Méthode pour réduire la complexité : génération de colonnes

Modèle 2 :

1 colonne = 1 **chemin** dans le graphe d'état
= **séquence de cycles « arrêt / recharge / production »**
avec pour chaque arrêt : sa date, le volume de fuel rechargé, et les volumes de production suivant la recharge chaque t

<u>Décomposer le problème</u> en un « problème maître » de couverture des demandes, et 50 sous-problèmes (1 par centrale) « assez faciles » de plus court chemin :
Chercher le chemin = colonne de plus faible coût réduit (= Δcoût) négatif

Problème de planification #1 : Planification des arrêts et productions des centrales

Résultats numériques: Instances de taille croissante A, B, X

A : 30 scenarios, 20 centrales,

B : 121 scenarios 50 centrales,

X : similaire à B mais plus de contraintes sur les dates d'arrêt

Data	$RL\bar{F}$	It to LB	Tot It	Pl Nb	Cs Nb	MIP	LP_R	z	Time (s)
A0	8.73548e+12	4	24	32	40	8.73696e+12	8.73696e+12	8.73696e+12	0
A1	1.52339e+11	8	149	540	1106	1.52489e+11	1.68891e+11	1.69978e+11	11
A2	1.45276e+11	18	449	2111	1947	1.45745e+11	1.45747e+11	1.46435e+11	224
A3	1.52835e+11	8	764	1 929	1753	1.53190e+11	1.54055e+11	1.54747e+11	34
A4	1.02524e+11	18	461	2617	2626	1.02974e+11	1.11857e+11	1.12558e+11	157
A5	1.19655e+11	18	521	3226	3020	1.20145e+11	1.26698e+11	1.27744e+11	165
B6	7.75175e+10	22	761	6642	5630	7.90051e+10	8.16399e+10	8.48905e+10	287
B7	7.48221e+10	348	1094	8437	6105	7.57638e+10	7.87608e+10	8.21897e+10	896
B8	7.35414e+10	22	406	3256	7497	7.60027e+10	7.95534e+10	8.32061e+10	366
B9	7.31604e+10	28	372	3630	7477	7.56930e+10	7.96609e+10	8.34030e+10	512
B10	7.03327e+10	36	3075	11157	5944	7.13487e+10	7.52558e+10	7.90224e+10	1053
X11	7.34759e+10	40	1239	9061	5719	7.45279e+10	7.71169e+10	8.00708e+10	1533
X12	7.17523e+10	44	1958	10869	5640	7.22878e+10	7.49525e+10	7.82294e+10	737
X13	6.98451e+10	34	409	6299	6687	7.07385e+10	7.39050e+10	7.69910e+10	501
X14	6.92277e+10	40	611	7961	6911	6.99999e+10	7.36125e+10	7.69212e+10	1112
X15	6.73328e+10	44	935	10026	5955	6.78149e+10	7.13536e+10	7.50613e+10	676

Problème de planification #2 :

Affectation de locomotives aux trains (SNCF)

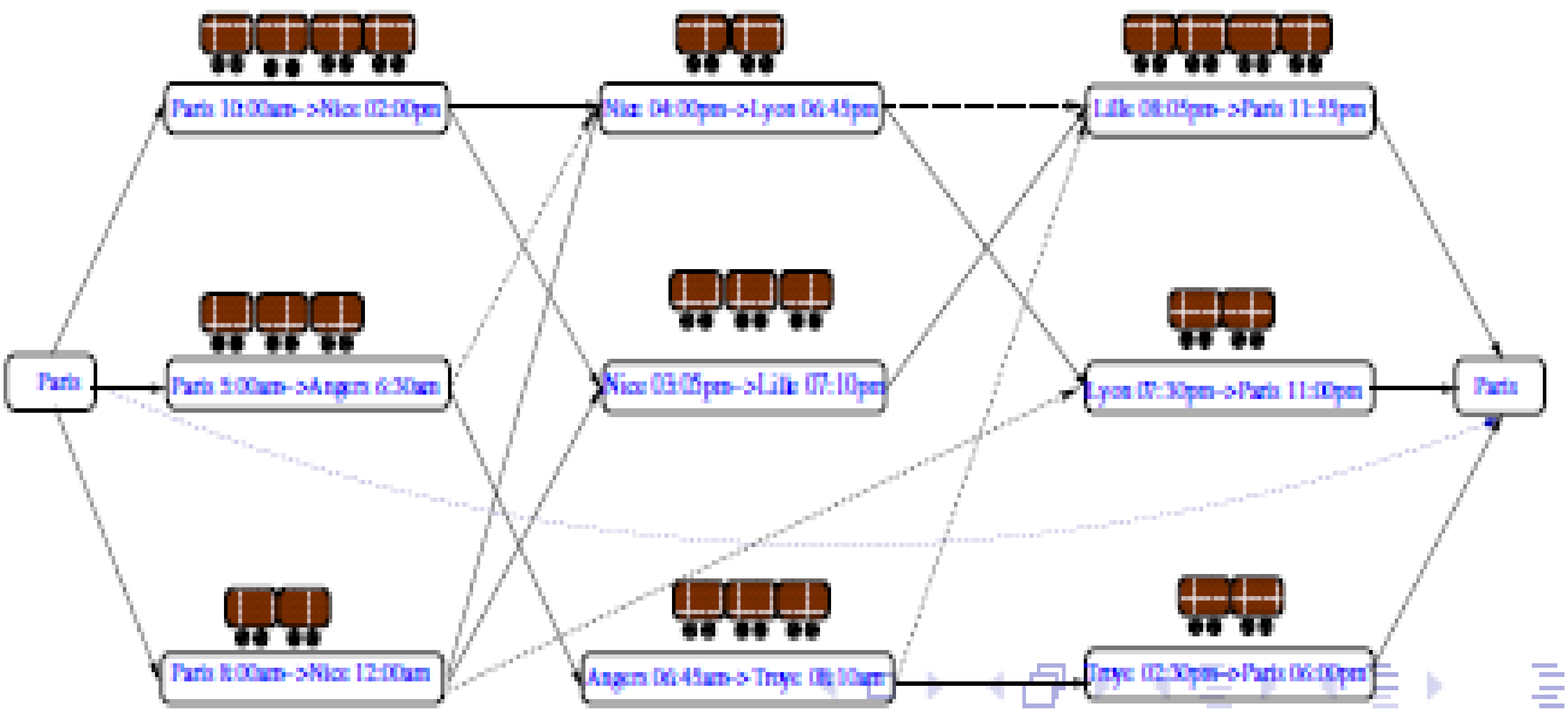
Article publié dans Computers and Operations Research (2013)

Problème de planification #2 : Affectation de locomotives aux trains

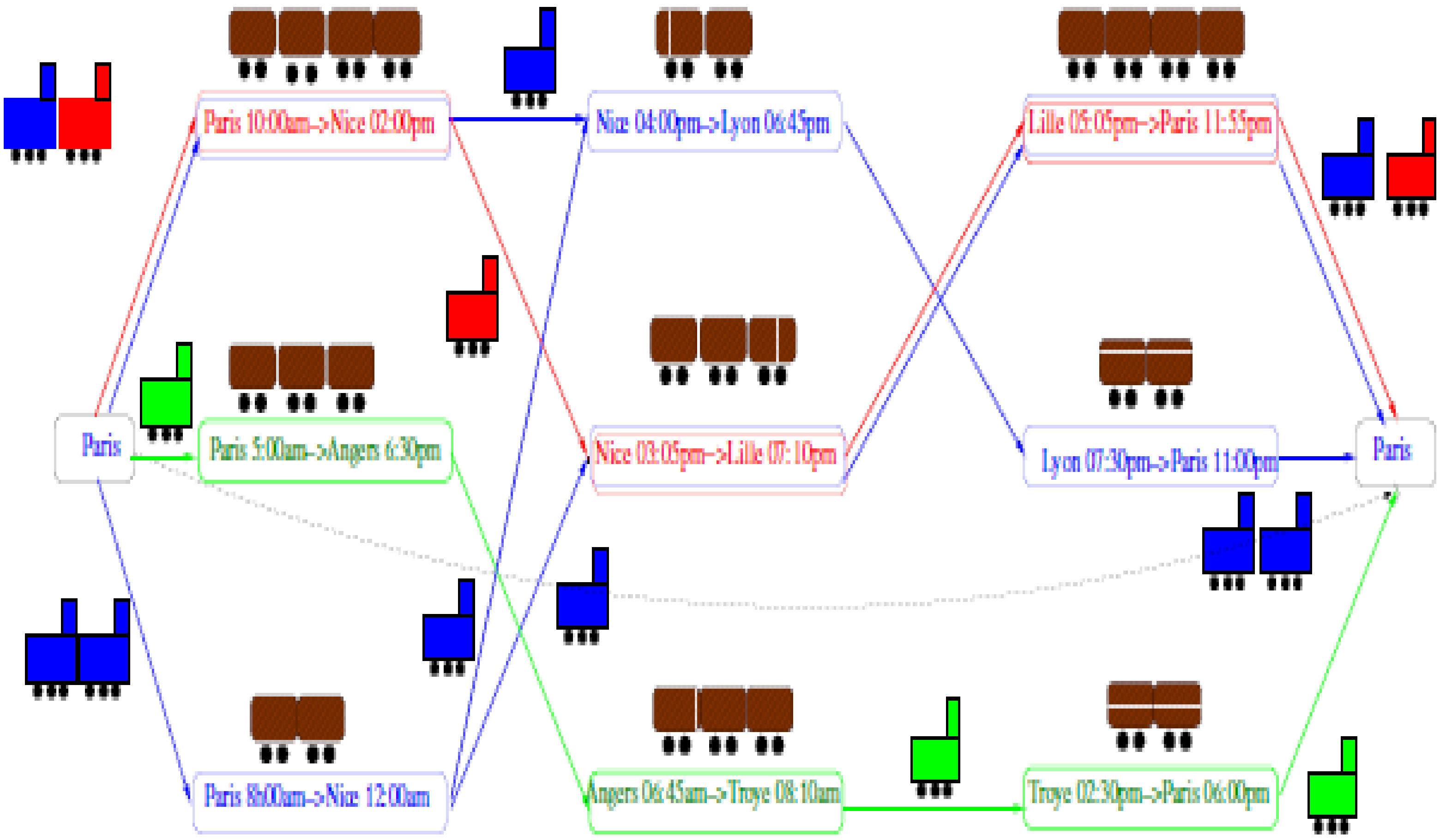
- **Dimensions**
  - i = 1… n les trains à tracter
  - k = 1..K les types de locomotives
- **Données**
  - Bi : # unités de puissance pour tracter le train i
  - Ak : puissance de traction du type k
  - Cijk : coût associé à la traction du train i puis du train j avec une locomotive de type k
  - Graphe d’itinéraires

Problème de planification #2 : Affectation de locomotives aux trains

Graphe



Problème de planification #2 : Affectation de locomotives aux trains



Problème de planification #2 : Affectation de locomotives aux trains

Variables de décision : deux modèles

- Modélisation **« arc »** : **Xijk = 1 si la locomotive k tracte le train j juste après i dans son itinéraire**,
  0 sinon

  -> formulation « compacte »

- Modélisation **« chemin » Yck = 1 si une locomotive de type k utilise le chemin (itinéraire) c**, 0 sinon

-> formulation « étendue » / Génération de colonnes

Problème de planification #2 : Affectation de locomotives aux trains

Contraintes:

- **Couverture des demandes de traction**: pour chaque train, avoir un assemblage / *consist* de locomotives de capacité suffisante pour le tracter
- **Itinéraire valide d'une locomotive** = structure de chemin dans le graphe

- **Objectif : minimiser**
  - 1. # locomotives utilisées,
  - 2. coût d'engagement = ∑ coûts sur les arcs du chemin
  - 3. # repositionnements à vide de locomotives

Temps de calcul (4 méthodes « approchées », modèle « Chemin »)

50
60
80
100 trains

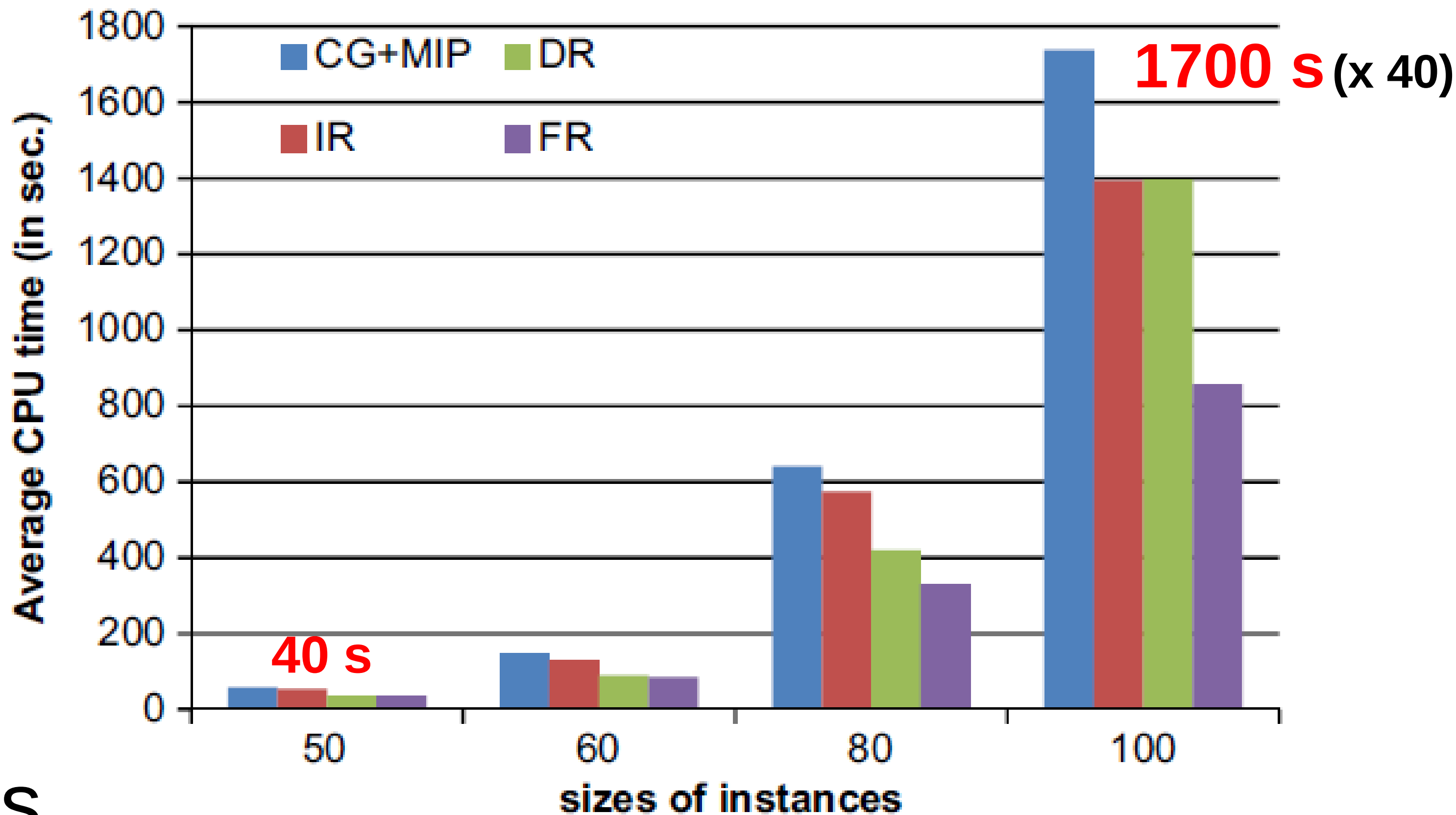
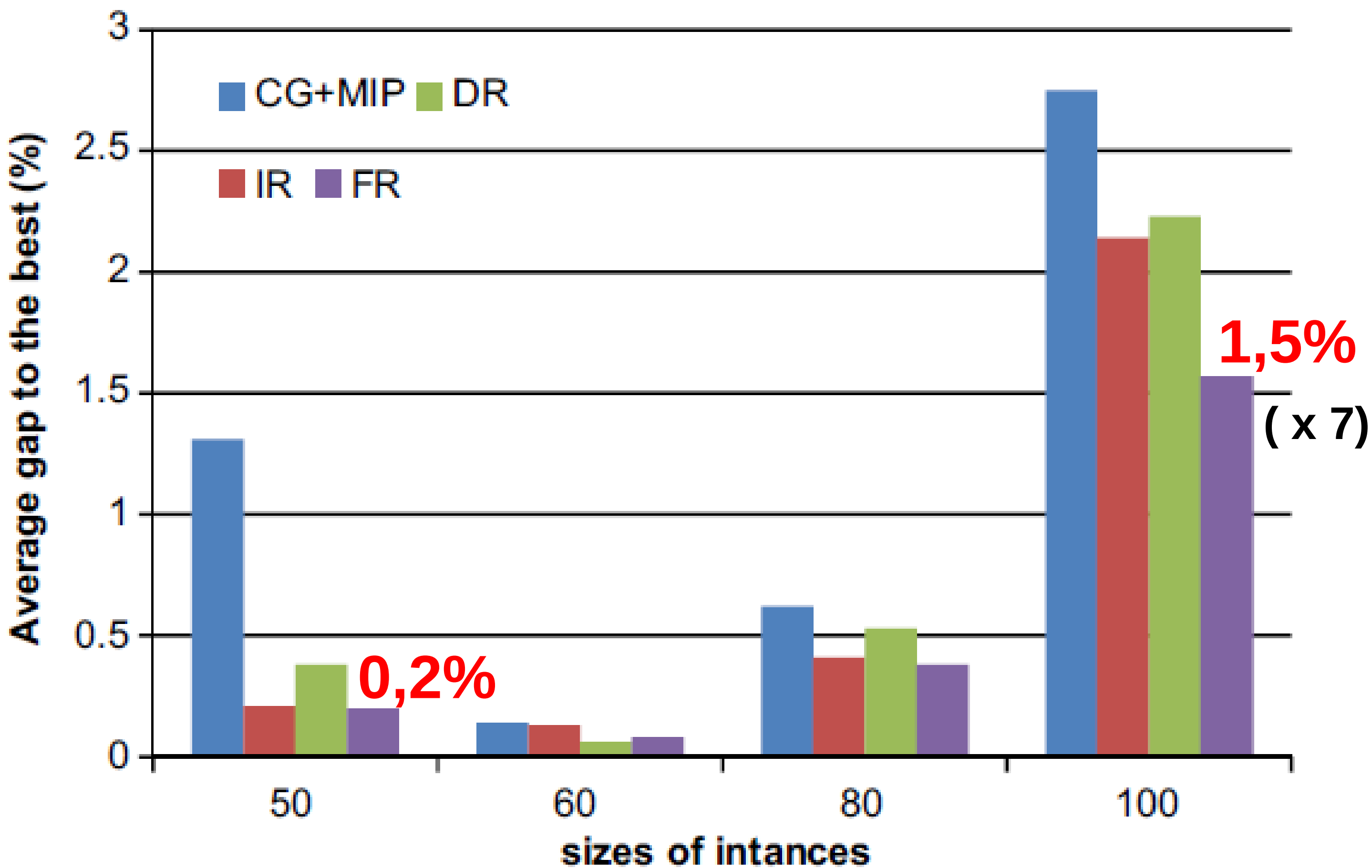


Fig. 1. Comparison of running time for various sizes of instances.

Ecart en % vs optimum (4 méthodes, modèle « Chemin »)

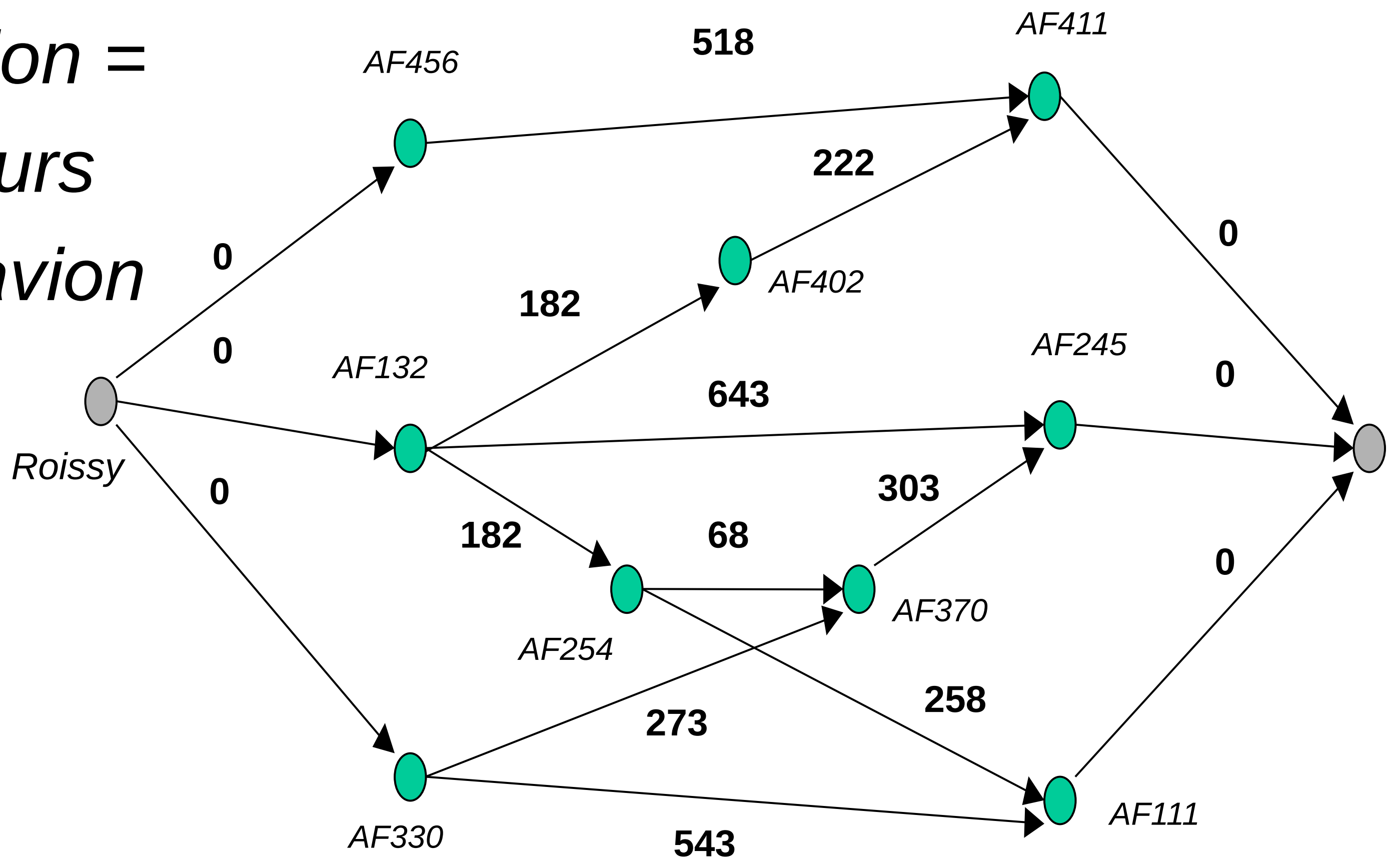
- 50
- 60
- 80
- 100 trains



Comparaison avec le Transport aérien

- Graphe de rotation

Rotation = parcours d'un avion



Comparaison avec le Transport aérien

- Problème de Construction de rotations d'avions « Fleet assignment »
- Couvrir les vols de la compagnie par un ensemble de rotations d'avions avec retour à la base (ex : CDG Roissy)
- Minimiser le coût total des rotations
- Couvrir chaque vol par une rotation

- **Complexité relative**: complexe, mais un peu moins que le cas ferroviaire (moins de diversité pour couvrir une tâche: 1 avion, au lieu d'1 assemblage de locomotives de différents types -> combinatoire moins grande dans la contrainte de couverture

Problème de planification #3 :

Conception de réseau
Logistique urbaine, projet MODUM
Article soumis

Problème de planification #3 : conception de réseau de logistique urbaine

- Projet **MODUM** : Mutualisation et Optimisation

de la Distribution Urbaine de Marchandises (avec Université Paris 13, ENPC, LET, Ecole des Mines de St Etienne)

Décisions de niveau stratégique :

1. Localisation de CDU (Centres de Distribution Urbains) autour de la ville

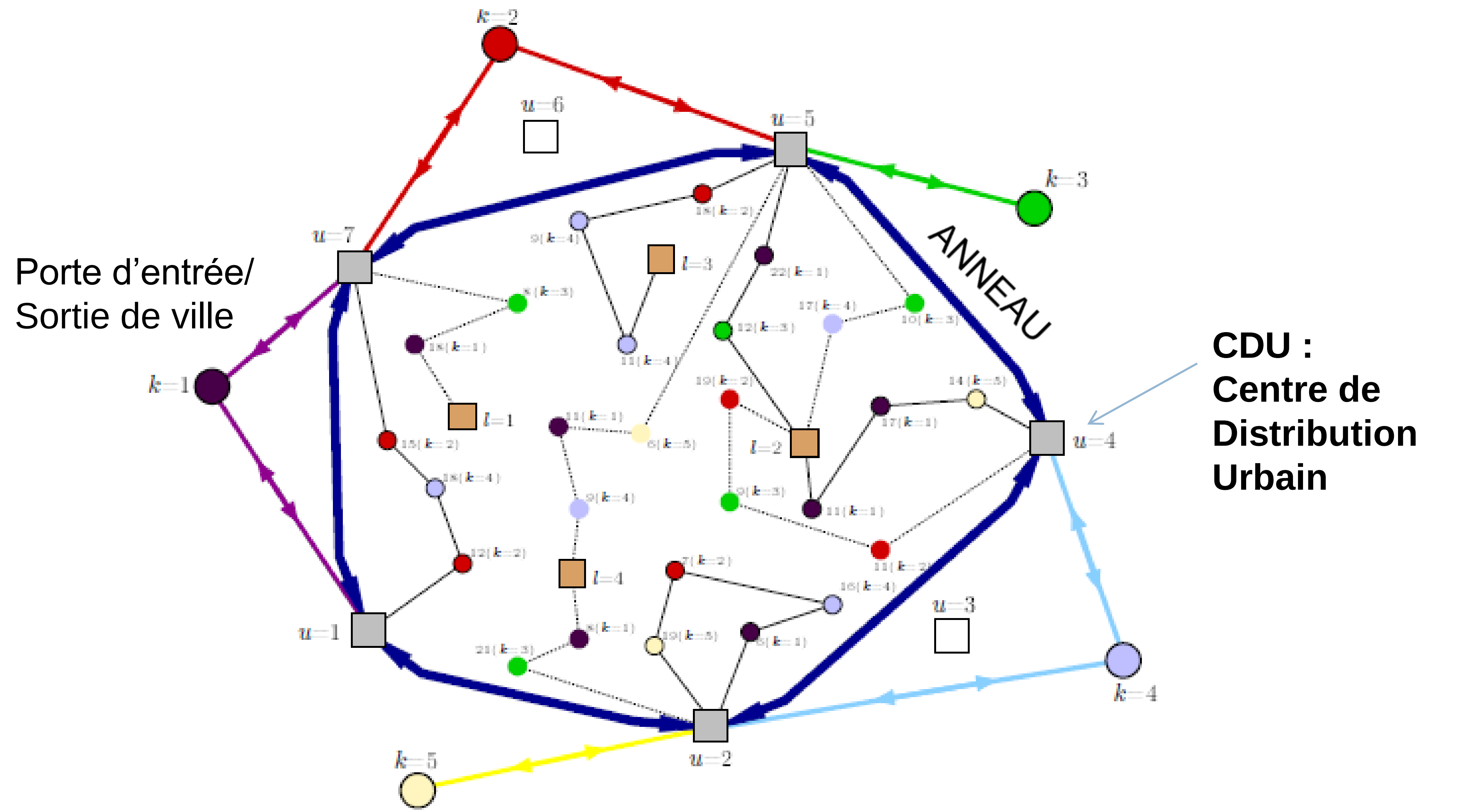
2. Connection des CDU par un anneau / ceinture (Ring), éventuellement de navettes ferroviaires

à faible coût environnemental

Décisions tactiques : flux sur l'anneau

Décisions opérationnelles: tournées de livraison (véhicules électriques) des clients dans la ville

Problème de planification #3 : conception de réseau de logistique urbaine



Problème de planification #3 : conception de réseau de logistique urbaine

Dimensions / Indices

u = 1..U : les sites possibles de construction d’un CDU

k = 1..K : les portes = « commodités »

i = 1..n : les clients / ilôts à livrer

p = 1.. P : les parkings en libre-service

Données :

Distances

Demandes de collecte / livraison

= triplés (Porte, Client, Quantité)

Coûts de construction sur l’anneau

Coûts de transit (économique / environnemental)

Coûts de routage sur les tournées intra-muros

Problème de planification #3 : conception de réseau de logistique urbaine

Variables de décision

Choix de contruction :

$O_u = 1$ ssi on ouvre le CDU n°u

$Zu,u' = 1$ ssi on utilise le lien (u,u') dans l'anneau

Φku, $\Phi u,u'$: flux (en tonnes) sur les liens de porte à CDU, et de CDU à CDU

$Xr = 1$ ssi la route r est utilisée pour le routing des clients (pickup-delivery)

-> modélisation « chemin », nombre exponentiel de routes possibles

Problème de planification #3 : conception de réseau de logistique urbaine

Facteurs de complexité :

 # sites possibles pour un CDU, # portes, # clients

Nombre exponentiel de routes de livraison et collecte

Choix interdépendants Localisation / Routage

Equilibrage de la flotte aux CDU en fin de journée

Capacités

Problème de planification #3 : conception de réseau de logistique urbaine

Réduction de complexité: Décomposition du problème

Heuristique de décomposition (non optimale) :

1. Affecter chaque porte à un CDU
2. Résoudre un TSP sur les CDU choisis
3. Générer les routes de collecte / livraison
4. Résoudre le modèle résiduel (MILP) à anneau fixé

écart à l’optimum 2 à 7%, 4x plus rapide

Problème de planification #3 : conception de réseau de logistique urbaine

Résultats numériques Heuristique vs Modèle exact

Petites instances:

(5 sites, ≈ 15 demandes de pick-up / delivery)

écart à l'optimum 2 à 7%, 4x plus rapide en moyenne

Jusqu'à 20x plus rapide

Instances moyennes et grandes

(5 à 10 sites, 25 à 50 demandes)

Pour la majorité des instances, la méthode exacte ne trouve pas de solution

Écart à l'optimum 1 à 5% pour les autres

Conclusion

- Complexité a un sens spécifique en planification optimale et en Recherche Opérationnelle
- L'incertitude devient complexité en fonction du nombre et diversité des scénarios (opt. stochastique ; arbres de décision)
- Problèmes souvent « difficiles »: temps de résolution exponentiel en fonction des facteurs de complexité / dimensions -> besoin d'heuristiques
- Décomposer le problème: une heuristique souvent efficace
- Poser / modéliser le problème de décision: un artisanat, plus que science ou art
- Complexité du modèle dépend de l'horizon de planification : stratégique / tactique / opérationnel
- En savoir plus : www.roadef.org